令和２年度入学試験問題（前期日程）

数　学　乙（数Ⅰ・数Ⅱ・数A・数B）

この冊子には，問題として $\boxed{1}$，$\boxed{2}$ が出題されている。
全問解答すること。

注 意 事 項

1. 受験番号を所定の欄に記入すること。
2. 解答は，必ず解答欄に記入すること。
3. 解答時間は，60分である。

受　験　番　号

最後のページの受験番号欄にも受験番号を記入すること。

1 次の問いに答えよ。(50点)

問1　$\cos 15^\circ$ の値を求めよ。

問2　6400^{50} は何桁の整数か。ただし，$\log_{10}2 = 0.3010$ とする。

問3　平行四辺形ABCDにおいて，辺BCを2：3に内分する点をEとし，対角線BDと線分AEの交点をPとする。
$\vec{b} = \overrightarrow{AB}$，$\vec{d} = \overrightarrow{AD}$ と表すとき，$\overrightarrow{AP}$ を $\vec{b}$，$\vec{d}$ を用いて表せ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採　点　欄	
問1	
問2	
問3	
小計	

1 解答欄

問1

問2

問3

2 実数 $a>1$ に対して，$f(x)=x^2+2x-a^2+2a$ とおく。次の問いに答えよ。(50 点)

問 1　2 次方程式 $f(x)=0$ の解を a を用いて表せ。

問 2　放物線 $y=f(x)$ と x 軸および直線 $x=a$ で囲まれた 2 つの部分の面積が等しいとき，

$\displaystyle\int_{-a}^{a} f(x)dx=0$ を示し，このときの a の値を求めよ。

（解答は次のページの解答欄に記入すること）

採　点　欄	
問 1	
問 2	
小計	

2 解答欄

問1

問2

採　点　欄	
数　　学乙	
1	
2	
小計	

受　験　番　号

乙 解答例

$\boxed{\mathbf{1}}$ [これと解法が違っていても同じ結論が正しい論理により導かれていれば正解です。]

問 1

$$\cos 15^\circ = \cos(45^\circ - 30^\circ) = \cos 45^\circ \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \sin 30^\circ$$
$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

問 2

$$\begin{aligned}
\log_{10} 6400^{50} &= 50\log_{10} 6400 \\
&= 50\log_{10}(2^6 \times 10^2) \\
&= 50(2 + 6\log_{10} 2) \\
&= 50(2 + 6\times 0.3010) \\
&= 50(2 + 1.806) \\
&= 50\times 3.806 \\
&= 190.3
\end{aligned}$$

ゆえに $190 < \log_{10} 6400^{50} < 191$

よって $10^{190} < 6400^{50} < 10^{191}$

したがって，6400^{50} は 191 桁の整数である。

問 3 点 E は辺 BC を 2 : 3 に内分する点なので

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{\mathrm{AE}} &= \frac{3}{5}\overrightarrow{\mathrm{AB}} + \frac{2}{5}\overrightarrow{\mathrm{AC}} \\
&= \frac{3}{5}\overrightarrow{\mathrm{AB}} + \frac{2}{5}(\overrightarrow{\mathrm{AB}} + \overrightarrow{\mathrm{AD}}) \\
&= \vec{b} + \frac{2}{5}\vec{d}
\end{aligned}$$

P は線分 AE 上にあるので，$\overrightarrow{\mathrm{AP}} = t\overrightarrow{\mathrm{AE}}$ $(0 < t < 1)$ と表せる。

よって，

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}} = t\vec{b} + \frac{2t}{5}\vec{d}$$

これが対角線 BD 上にあるので $t + \dfrac{2t}{5} = 1$。これを解いて $t = \dfrac{5}{7}$ となるので，

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}} = \frac{5}{7}\vec{b} + \frac{2}{7}\vec{d}$$

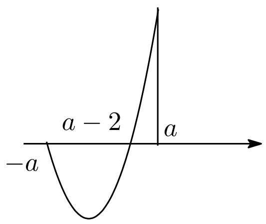
となる。

$\boxed{\mathbf{2}}$ [これと解法が違っていても同じ結論が正しい論理により導かれていれば正解です。]

問 1　因数分解すると $x^2+2x-a^2+2a=(x+a)(x-a+2)$ なので，$f(x)=0$ の解は

$x=-a,\ a-2$

問 2　$a>1$ より $y=f(x)$ のグラフは次のようになる。



条件より

$$-\int_{-a}^{a-2} f(x)\,dx=\int_{a-2}^{a} f(x)\,dx$$

よって，

$$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx=\int_{-a}^{a-2} f(x)\,dx+\int_{a-2}^{a} f(x)\,dx=0 \quad \cdots\cdots ①$$ が成り立つ。

また，

$$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx=\int_{-a}^{a}(x^2+2x-a^2+2a)\,dx=\left[\frac{x^3}{3}+x^2-(a^2-2a)x\right]_{-a}^{a}$$
$$=\frac{2a^3}{3}-2a(a^2-2a)=-\frac{4a^3}{3}+4a^2 \quad \cdots\cdots ②$$

① より ② $=0$ となるが，$a>1$ なので，$a=3$