

平成 22 年度 入学試験問題 (前期日程)

数 学 甲(数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B・数C)

この冊子には、問題として , , , が出題されている。
全問解答すること。

受 験 番 号

最後のページの受験番号欄にも受験番号を記入すること。

1 行列 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ に対して以下の問いに答えよ。(50点)

問 1 $U = P^{-1}AP$ とする。 U を求めよ。

問 2 n を自然数とする。 U^n を推測し、その結果を数学的帰納法によって証明せよ。

問 3 A^n を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採点欄	
問 1	
問 2	
問 3	
小計	

1 解答欄

問 1

問 2

問 3

2 3点 $O(0, 0, 0)$, $A(3, 0, 0)$, $B(1, 2, 1)$ がある。(50点)

問 1 z 軸上の点 $C(0, 0, m)$ から直線 AB 上の点 H におろした垂線を CH とする。このとき、点 H が線分 AB 上にあるような m の値の範囲を求めよ。

問 2 点 H が線分 AB 上にあるとき、垂線 CH の長さの最大値、最小値とそのときの H の座標を求めよ。

問 3 三角形 OAB に外接する円の中心 P の座標とその半径 r を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採点欄	
問 1	
問 2	
問 3	
小計	

2 解答欄

問 1

問 2

問 3

- 3 点 (a, b) を通り曲線 $y = x^2 - x$ に接するような異なる 3 本の直線が存在するための実数 a, b が満たすべき必要十分条件を求め、それを満たす点 (a, b) の存在する領域を図示せよ。(50 点)

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採点欄	
小計	

4 $a > 0$ とし,

$$f(x) = a^2(x+1)e^{-ax}$$

とおく。(50 点)

問 1 関数 $f(x)$ の最大値とそのときの x の値を求めよ。

問 2 問 1 で求めた x の値を c とする。曲線 $y = f(x)$ と x 軸, y 軸および直線 $x = c$ で囲まれた図形の面積を $S(a)$ とする。

$0 < a < 1$ における $S(a)$ の最大値とそのときの a の値を求めよ。ただし, $e > 2$ であることを証明なしに用いてよい。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採 点 欄	
問 1	
問 2	
小 計	

4 解答欄

問 1

問 2

採 点 欄	
数 学 甲	
1	
2	
3	
4	
合 計	
	受 験 番 号