

平成 21 年度 入 学 試 験 問 題 (後期日程)

数 学(数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B・数C)

この冊子には、問題として **1**、**2**、**3**、**4** が出題されている。
全問解答すること。

受 験 番 号

最後のページの受験番号欄にも受験番号を記入すること。

1 座標平面内の原点を通る直線 $y = ax$ を l で表す。 l 上にはない点 $P(x, y)$ から l におろした垂線と l との交点を $Q(x', y')$ とする。次の問に答えよ。(50点)

問 1 行列 A を用いて、 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ と書いたとき、 A を求めよ。

問 2 $a = \tan \theta$, $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。 n を自然数、 $J = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ とし、 E を単位行列とすると、行列 $\{J(2A - E)\}^n$ を θ を用いて表せ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採 点 欄	
問 1	
問 2	
小計	

1 解答欄

問 1

問 2

2 $x > 1$ において、関数 $f(x) = x \log x - (x - 1) \log(x - 1)$ を考える。次の問に答えよ。(50点)

問 1 $x > 1$ のとき、 $f(2x) - f(x)$ は減少関数であることを示せ。

問 2 $\lim_{x \rightarrow \infty} \{f(2x) - f(x)\}$ を求めよ。

問 3 次の不等式が成り立つことを示せ。ただし、 $\lim_{x \rightarrow +0} x \log x = 0$ であることは用いてよい。

$$\log 2 < f(2x) - f(x) < 2 \log 2$$

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採 点 欄	
問 1	
問 2	
問 3	
小 計	

2 解答欄

問 1

問 2

問 3

3 $x \geq 0$ において、関数 $f(x) = -xe^{-x^2}$ を考える。次の問に答えよ。(50点)

問1 $y = f(x)$ の接線で、傾きが最大であるものを求めよ。

問2 問1で求めた接線と曲線 $y = f(x)$ は接点以外に共有点を持たないことを示せ。

問3 問1で求めた接線と、曲線 $y = f(x)$ および y 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採点欄	
問1	
問2	
問3	
小計	

3 解答欄

問 1

問 2

問 3

- 4 α, β を正の定数とする。すべての自然数 n に対して
- $$(1^\alpha + 2^\alpha + \cdots + n^\alpha)^2 = 1^\beta + 2^\beta + \cdots + n^\beta$$
- が成立するとき、 α, β を求めよ。(50点)

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採点欄	
小計	

4 解答欄

採 点 欄	
数 学	
1	
2	
3	
4	
合 計	受 験 番 号