

平成21年度入学試験問題（前期日程）

## 数 学 甲(数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B・数C)

この冊子には、問題として  ,  ,  ,  が出題されている。  
全問解答すること。

受 験 番 号

最後のページの受験番号欄にも受験番号を記入すること。

1 座標平面の  $x$  軸の正の部分にある点  $A$  と  $y$  軸の正の部分にある点  $B$  を考える。原点  $O$  から点  $A, B$  を通る直線  $l$  におろした垂線と、直線  $l$  との交点を  $P$  とする。  $OP = 1$  であるように点  $A, B$  が動くとき、次の間に答えよ。 (50 点)

問 1  $\theta = \angle AOP$  とするとき、  $OA + OB - AB$  を  $\cos \theta$  と  $\sin \theta$  で表せ。

問 2  $OA + OB - AB$  の最小値を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採 点 欄	
問 1	
問 2	
小計	

1 解答欄

問 1

問 2

2  $a > 0$  とし、 $f(a) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos ax| dx$  とする。次の問に答えよ。(50点)

問 1  $0 < a < 1$  のとき、 $f(a)$  を求めよ。

問 2  $\lim_{a \rightarrow +0} f(a)$  を求めよ。

問 3 自然数  $n$  に対して、 $f(n)$  を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採点欄	
問 1	
問 2	
問 3	
小計	

2 解答欄

問 1

問 2

問 3

3  $n$  を 2 以上の自然数とする。次の問に答えよ。(50 点)

問 1 定積分  $\int_1^n x \log x \, dx$  を求めよ。

問 2 次の不等式を証明せよ。

$$\frac{1}{2} n^2 \log n - \frac{1}{4} (n^2 - 1) < \sum_{k=1}^n k \log k < \frac{1}{2} n^2 \log n - \frac{1}{4} (n^2 - 1) + n \log n$$

問 3  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ (1^1 \cdot 2^2 \cdot 3^3 \cdot \dots \cdot n^n)^{\frac{1}{n^2 \log n}} \right\}$  を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採点欄	
問 1	
問 2	
問 3	
小計	

**3** 解答欄

問 1

問 2

問 3

4

1個のサイコロを投げ、座標平面内の原点  $O$  から出発する点  $P$  を、次の規則に従って動かすとする。

- 出たサイコロの目が1ならば、 $x$ 軸の正の向きに1動かす。
- 出たサイコロの目が2ならば、 $x$ 軸の負の向きに1動かす。
- 出たサイコロの目が3ならば、 $y$ 軸の正の向きに1動かす。
- 出たサイコロの目が4ならば、 $y$ 軸の負の向きに1動かす。
- 出たサイコロの目が5か6ならば、動かさない。

このとき、次の問に答えよ。(50点)

問1 3回サイコロを投げるとき、 $OP=1$ となる確率を求めよ。

問2 7回サイコロを投げるとき、 $OP=5$ となる確率を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採点欄	
問1	
問2	
小計	



4 解答欄

問 1

問 2

採 点 欄	
数 学 甲	
1	
2	
3	
4	
合 計	受 験 番 号